

Hong Kong Mathematics Olympiad (2005 – 2006)

Final Event 1 (Group)

香港數學競賽 (2005 – 2006)

決賽項目 1 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 已知 k 為實數。若 $x^2 + 2kx - 3k^2$ 能被 $x-1$ 整除，求 k 最大可能的值。

Given that k is a real number. If $x^2 + 2kx - 3k^2$ can be divisible by $x-1$, find the greatest value of k .

2. 已知 $x = x_0$ 及 $y = y_0$ 滿足方程組 $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$ 。若 $B = \frac{1}{x_0} + \frac{1}{y_0}$ ，求 B 的值。

Given that $x = x_0$ and $y = y_0$ satisfy the system of equations $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$. If $B = \frac{1}{x_0} + \frac{1}{y_0}$, find

the value of B .

3. 已知 $x = 2 + \sqrt{3}$ 是方程 $x^2 - (\tan \alpha + \cot \alpha)x + 1 = 0$ 的一個根。若 $C = \sin \alpha \times \cos \alpha$ ，求 C 的值。

Given that $x = 2 + \sqrt{3}$ is a root of the equation $x^2 - (\tan \alpha + \cot \alpha)x + 1 = 0$. If $C = \sin \alpha \times \cos \alpha$, find the value of C .

4. 設 a 為整數。若不等式 $|x+1| < a-1.5$ 沒有整數解，求 a 最大可能的值。

Let a be an integer . If the inequality $|x+1| < a-1.5$ has no integral solution , find the greatest value of a .



Hong Kong Mathematics Olympiad (2005 – 2006)

Final Event 2 (Group)

香港數學競賽 (2005 – 2006)

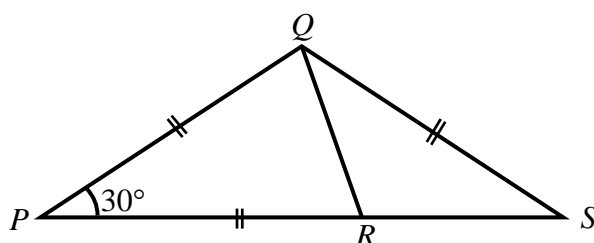
決賽項目 2 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 如圖一， PRS 是一直線， $PQ = PR = QS$ 及 $\angle QPR = 30^\circ$ 。若 $\angle RQS = w^\circ$ ，求 w 的值。

In Figure 1, PRS is a straight line, $PQ = PR = QS$ and $\angle QPR = 30^\circ$. If $\angle RQS = w^\circ$, find the value of w .



2. 設 $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 5$ ，其中 p 、 q 及 r 是實數。若 $f(-6) = 3$ 及 $z = f(6)$ ，求 z 的值。

Let $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 5$, where p , q and r are real numbers. If $f(-6) = 3$ and $z = f(6)$, find the value of z .



3. 若 $n \neq 0$ 及 $s = \left(\frac{20}{2^{2n+4} + 2^{2n+2}} \right)^{\frac{1}{n}}$ ，求 s 的值。

If $n \neq 0$ and $s = \left(\frac{20}{2^{2n+4} + 2^{2n+2}} \right)^{\frac{1}{n}}$, find the value of s .



4. 已知 x 和 y 是正整數及 $x + y + xy = 54$ 。若 $t = x + y$ ，求 t 的值。

Given that x and y are positive integers and $x + y + xy = 54$. If $t = x + y$, find the value of t .



Hong Kong Mathematics Olympiad (2005 – 2006)

Final Event 3 (Group)

香港數學競賽 (2005 – 2006)

決賽項目 3 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 已知 $r = 2006 \times \frac{\sqrt{8} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ，求 r 的值。

Given that $r = 2006 \times \frac{\sqrt{8} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, find the value of r .

2. 已知 $6^{x+y} = 36$ 及 $6^{x+5y} = 216$ ，求 x 的值。

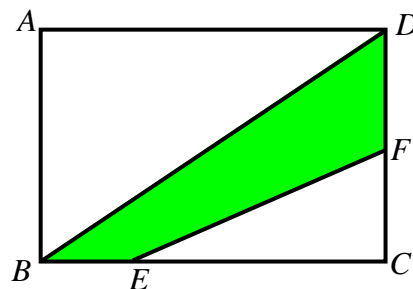
Given that $6^{x+y} = 36$ and $6^{x+5y} = 216$, find the value of x .

3. 已知 $\tan x + \tan y + 1 = \cot x + \cot y = 6$ 。若 $z = \tan(x+y)$ ，求 z 的值。

Given that $\tan x + \tan y + 1 = \cot x + \cot y = 6$. If $z = \tan(x+y)$, find the value of z .

4. 如圖一， $ABCD$ 是一長方形， F 是 CD 的中點及 $BE:EC = 1:3$ 。若長方形 $ABCD$ 的面積是 12 cm^2 及陰影部分 $BEFD$ 的面積是 $R \text{ cm}^2$ ，求 R 的值。

In Figure 1, $ABCD$ is a rectangle, F is the midpoint of CD and $BE:EC = 1:3$. If the area of the rectangle $ABCD$ is 12 cm^2 and the area of $BEFD$ is $R \text{ cm}^2$, find the value of R .



圖一

Figure 1

Hong Kong Mathematics Olympiad (2005 – 2006)

Final Event 4 (Group)

香港數學競賽 (2005 – 2006)

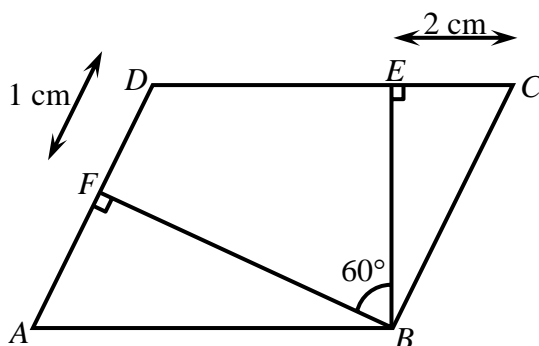
決賽項目 4 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 如圖一，平行四邊形 $ABCD$ 中， $BE \perp CD$ ， $BF \perp AD$ ， $CE = 2 \text{ cm}$ ， $DF = 1 \text{ cm}$ 及 $\angle EBF = 60^\circ$ 。若平行四邊形 $ABCD$ 的面積是 $R \text{ cm}^2$ ，求 R 的值。

In Figure 1, $ABCD$ is a parallelogram, $BE \perp CD$, $BF \perp AD$, $CE = 2 \text{ cm}$, $DF = 1 \text{ cm}$ and $\angle EBF = 60^\circ$. If the area of the parallelogram $ABCD$ is $R \text{ cm}^2$, find the value of R .



圖一

Figure 1

2. 已知 a 和 b 是正實數且 $a + b = 2$ 。若 $S = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2$ ，求 S 的最小值。

Given that a and b are positive real numbers and $a + b = 2$. If $S = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2$, find the minimum value of S .

3. 設 $2^x = 7^y = 196$ 。若 $T = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ，求 T 的值。

Let $2^x = 7^y = 196$. If $T = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, find the value of T .

4. 若 $W = 2006^2 - 2005^2 + 2004^2 - 2003^2 + \cdots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$, 求 W 的值。

If $W = 2006^2 - 2005^2 + 2004^2 - 2003^2 + \cdots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$, find the value of W .

